Проект по   
Небесна механика

***Изготвил: Мартин Анев****студент в   
Софийски Университет „Св. Климент Охридски“  
 ФМИ, Специалност: Информационни системи* ***ФН:71232***

Съдържание

Задача 1 стр.3

Кеплерови елементи стр.4

Задача 2 стр.7

Функции за реализиране на решенията стр.11

Задача 1: Пресметнете координатите и скоростите на планетите в деня, в който сте родени

Предварителна информация:

Орбитата на планетата зависи от 6 елемента (в задачата на Кеплер):

**a** - дължина на голямата полуос,

**e** - екцентрицитет,

**i** - наклонение на плоскостта на орбитата,

**l** - средна аномалия, (l0 е средната аномалия в момента t0),

**g + θ -** дължина на перихелия,

**θ** – дължина на възела.

Пет от тези елементи са константи, единствено средната аномалия **l** е линейна функция на времето **t**.

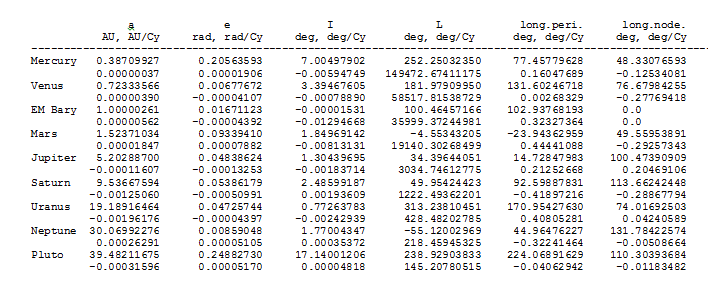
Допълнителен елемент е ексцентричната аномалия **u**; в сила е уравнението на Кеплер

**l = u - e.sin u**

Ексцентрицитетът **е** характеризира сплеснатостта на елипсата:  
 , където **b** e дължината на малката полуос

Връзката на елиптичните елементи с декартовите координати в   
 =

Кеплерови елементи и техните стойности, взети от <http://ssd.jpl.nasa.gov/txt/aprx_pos_planets.pdf>



След това обръщаме **θ , g + θ в Радиани** (\*∏/180)

Обръщаме **i** в градуси (\*∏/180)

Ст-тите на µ за планетите

|  |  |
| --- | --- |
|  | µ |
| Меркурий | 1/6023600 |
| Венера | 1/408523 |
| Земя | 1/328900.5 |
| Марс | 1/3098708 |
| Юпитер | 1/1047.34 |
| Сатурн | 1/3497.8 |
| Уран | 1/22902.9 |
| Нептун | 1/19402 |
| Плутон | 1/135000000 |

γ= 1 + µ, където γ =GmA e гравитационна константа

Величината *n* наричаме *средно движение;* То е момента на преминаване през перихелия на планета(начало на епоха). Връзката между средната и ексцентрична аномалии  
*l=u-e.sin(u)* наричаме *уравнение на Кеплер.*

Въвеждаме *t -* времето от рождената дата до 2000г.

(Рождена дата: 24.11.1990г. => *t*= 9.10335)  
От решението на задачата на Кеплер в декартови координати:

[l = (T-To)](Lectures/twobody.pdf)  
=> = u − е.sin( u)u = l + e.sin(l + e.sin(l + e.sin(l)))

r = =

Където Q e от Основна формула на сферичната тригонометрия  
*(Теорема. Всяка матрица Q* *SO(3,R) може да се представи аналитично във вида:*

*Ротация на ъгъл ротация на ъгъл ротация на ъгъл**около оста Oz* *около оста Оx около оста Оz*

*където θ, g ∈ [ 0,2π) и i ∈ [ 0, π])*

Описаните процедури се повтарят за всяка планета поотделно.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Меркурий** | **Венера** | **Земя** | **Марс** | **Юпитер** | **Сатурн** | **Уран** | **Нептун** | **Плутон** |
| **r** | 0.2277 | -0.2272 | 0.4628 | 0.6951 | -2.8951 | 4.3984 | 3.1796 | 7.4043 | -20.502 |
|  | -0.3701 | -0.6873 | 0.8727 | 1.3294 | 4.403 | -8.9646 | -19.1726 | -29.2569 | -21.1252 |
|  | -0.0154 | -0.0428 | 0 | 0.0472 | 0.1105 | -0.433 | -0.2366 | -0.8266 | -3.9164 |
| **v** | 1.065 | 1.1115 | -0.8992 | -0.6904 | -0.3723 | 0.274 | 0.2238 | 0.1757 | 0.1454 |
|  | 0.9229 | -0.3734 | 0.465 | 0.4464 | -0.2208 | 0.1421 | 0.0268 | 0.0458 | -0.1339 |
|  | 0.1717 | -0.0064 | 0 | -0.0035 | -0.0034 | 0.0009 | 0.0012 | -0.0026 | -0.0543 |
| **|r|** | 0.43484 | 0.72516 | 0.98779 | 1.5009 | 5.2707 | 9.9949 | 19.4359 | 30.1906 | 29.6976 |
| **|v|** | 1.4197 | 1.1726 | 1.0123 | 0.82215 | 0.4329 | 0.30865 | 0.22537 | 0.18163 | 0.20498 |

**Краен резултат:**

Задача 2:Пресметнете елементите на Дeлоне и Поанкаре (от първи и втори вид) в деня, в който сте родени

От Теорема: Елементите на Делоне – L,G,Θ,l,g,θ, където (l,L), (G,g) и (Θ, θ) са спрегнати канонични променливи, се изразяват чрез орбиталните елементи:  
**a** - дължина на голямата полуос,

**e** - екцентрицитет,

**i** - наклонение на плоскостта на орбитата,

**l** - средна аномалия, (l0 е средната аномалия в момента t0),

**g + θ -** дължина на перихелия,

**θ** – дължина на възела.

Както следва:

L=μ

G=μ. =L.  
Θ= μ. cos*i*=G.cos*i*

Като при това l,g и θ съвпадат и в двата случая.  
Елементите на Делоне – L,G, Θ,l,g, θ са константи с хамилтони:

Ĥ= - μ3y2  2L2  
Обръщаме θ в радиани (\*∏/180)  
Обръщаме i в градуси (\*∏/180)

То е момента на преминаване през перихелия на планета (начало на епоха).

[l = (t-To)](file:///C:\Users\Administrator\Google%20Drive\Studies\Nebesna%20mehanika\Lectures\twobody.pdf)

u − е.sin( u)u = l + e.sin(l + e.sin(l + e.sin(l)))

Въвеждаме *t*=времето от рождената дата до 2000г.  
(Рождена дата: 24.11.1990г. => t= 9.10335)

И чрез λ = l + g + θ (дължина на епохата) ще можем да изразим елементите от двете системи на Поанкаре, и по-точно:  
Първа система от шест елемента, характеризираща орбитите на планетите:

L, L-G, G- Θ  
λ, -g-θ, -θ

[И втора система:](Lectures/poincare_elements.pdf)  
   
L, ξ:= ) cos(g+θ), p:= ) cos(θ)

λ, η:= - ) sin(g+θ), q:=sin(θ)

Описаните процедури се повтарят за всяка планета поотделно.  
И получаваме следната таблица:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Меркурий** | | | **Венера** | | | **Земя** | | |
| **L** | 1.0328E-07 | | | 2.0814E-06 | | | 3.0404E-06 | | |
| G | 1.0108E-07 | | | 2.0814E-06 | | | 3.0400E-06 | | |
| Θ | 1.0033E-07 | | | 2.0777E-06 | | | 3.0400E-06 | | |
| **l** | 2.4063E+02 | | | 9.3920E+01 | | | 5.7155E+01 | | |
| g | 5.0840E-01 | | | 9.5860E-01 | | | 1.7966E+00 | | |
| θ | 8.4350E-01 | | | 1.3383E+00 | | | 0.0000E+00 | | |
| **H** | -2.1449E-07 | | | -1.6928E-06 | | | -1.5202E-06 | | |
| **Първа с-ма на Поанкаре** | 6.2210E-01 | 1.3200E-02 | 4.5000E-03 | 8.5030E-01 | 1.5305E-05 | 1.5000E-03 | 1.0000E+00 | 1.2801E-04 | 0.0000E+00 |
| 4.4026E+00 | -1.3519E+00 | -8.4350E-01 | 3.1761E+00 | -2.2969E+00 | -1.3383E+00 | 1.7534E+00 | -1.7966E+00 | 0.0000E+00 |
| **Втора с-ма на Поанкаре** | 6.2210E-01 | 1.4384E-05 | 2.5823E-05 | 8.5030E-01 | -5.7473E-06 | 1.9688E-05 | 1.0000E+00 | -6.2462E-06 | 0.0000E+00 |
| 4.4026E+00 | -6.4652E-05 | -2.9014E-05 | 3.1761E+00 | -6.4729E-06 | -8.3148E-05 | 1.7534E+00 | -2.7192E-05 | 0.0000E+00 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Марс** | | | **Юпитер** | | | **Сатурн** | | |
| **L** | 3.9826E-07 | | | 2.2000E-03 | | | 8.8298E-04 | | |
| G | 3.9654E-07 | | | 2.2000E-03 | | | 8.8174E-04 | | |
| Θ | 3.9633E-07 | | | 2.2000E-03 | | | 8.8091E-04 | | |
| **l** | 3.0771E+01 | | | 5.1641E+00 | | | 1.1981E+00 | | |
| g | -1.2829E+00 | | | -1.4965E+00 | | | -3.6760E-01 | | |
| θ | 8.6500E-01 | | | 1.7536E+00 | | | 1.9838E+00 | | |
| **H** | -1.0595E-07 | | | -9.1860E-05 | | | -1.4995E-05 | | |
| **Първа с-ма на Поанкаре** | 1.2341E+00 | 5.3000E-03 | 6.3977E-04 | 2.2808E+00 | 2.6000E-03 | 5.8999E-04 | 3.0880E+00 | 4.3000E-03 | 2.9000E-03 |
| -7.9500E-02 | 4.1790E-01 | -8.6500E-01 | 6.0030E-01 | -2.5710E-01 | -1.7536E+00 | 8.7190E-01 | -1.6161E+00 | -1.9838E+00 |
| **Втора с-ма на Поанкаре** | 1.2341E+00 | 5.3698E-05 | 1.3181E-05 | 2.2808E+00 | 2.2000E-03 | -1.9299E-04 | 3.0880E+00 | -7.1412E-05 | -5.1684E-04 |
| -7.9500E-02 | 2.3844E-05 | -1.5466E-05 | 6.0030E-01 | -5.6977E-04 | -1.0000E-03 | 8.7190E-01 | -1.6000E-03 | -1.2000E-03 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Уран** | | | **Нептун** | | | **Плутон** | | |
| **L** | 1.9127E-04 | | | 2.8263E-04 | | | 4.6544E-08 | | |
| G | 1.9106E-04 | | | 2.8262E-04 | | | 4.5090E-08 | | |
| Θ | 1.9104E-04 | | | 2.8249E-04 | | | 4.3088E-08 | | |
| **l** | 3.1638E+00 | | | -1.3999E+00 | | | 4.8990E-01 | | |
| g | 1.6919E+00 | | | -1.5153E+00 | | | 1.9856E+00 | | |
| θ | 1.2918E+00 | | | 2.3001E+00 | | | 1.9252E+00 | | |
| **H** | -1.1377E-06 | | | -8.5709E-07 | | | -9.3807E-11 | | |
| **Първа с-ма на Поанкаре** | 4.3805E+00 | 4.8000E-03 | 3.9719E-04 | 5.4835E+00 | 1.7548E-04 | 2.6000E-03 | 6.2835E+00 | 1.9630E-01 | 2.7030E-01 |
| 5.4670E+00 | -2.9837E+00 | -1.2918E+00 | -9.6200E-01 | -7.8480E-01 | -2.3001E+00 | 4.1701E+00 | -3.9107E+00 | -1.9252E+00 |
| **Втора с-ма на Поанкаре** | 4.3805E+00 | -6.4210E-04 | 5.1285E-05 | 5.4835E+00 | 9.5162E-05 | -3.4604E-04 | 6.2835E+00 | -3.8747E-05 | -2.1959E-05 |
| 5.4670E+00 | -1.0223E-04 | -1.7904E-04 | -9.6200E-01 | -9.5042E-05 | -3.8724E-04 | 4.1701E+00 | 3.7507E-05 | -5.9354E-05 |

**Функции за реализиране на решенията:**

**Функции за Задача 1:**

Дефиниране на фунцкия “zad1”

function res = zad1(a, e, i, L, w, Omega, miu, t)

tita = Omega\*pi/180;

g = (w - Omega)\*pi/180;

i = i\*pi/180;

Tita = [ cos(tita) , -sin(tita), 0 ;

sin(tita) , cos(tita), 0 ;

0 , 0 , 1 ] ;

I = [ cos(i) , 0 , -sin(i) ;

0 , 1 , 0 ;

sin(i) , 0 , cos(i) ] ;

G = [ cos(g) , -sin(g) , 0 ;

sin(g) , cos(g) , 0 ;

0 , 0 , 1 ] ;

Q = Tita\*I\*G;

gama = 1 + miu;

n = sqrt(gama/a^3);

to = ((w - L)/n)\*pi/180;

l = n\*(-t\*2\*pi - to);

u = l + e\*sin(l + e\*sin(l + e\*sin(l)));

r = Q\*a\*[cos(u)-e ; sin(u)\*sqrt(1-e^2) ; 0 ]

v = Q\*[-sin(u);cos(u)\*sqrt(1-e^2);0]\*a\*n/(1-e\*cos(u))

disp(['|r|=',num2str(norm(r))])

end

Дефиниране на фунцкия “Zad11”

function res=zad11(d)

my\_time=9.103353867214237;

zad1(d(1),d(2),d(3),d(4),d(5),d(6),d(7),my\_time)

end

Дефиниране на функция „pusk”

d=[0.387 0.205 7.004 252.250 77.457 48.330 1/6023600;

0.723 0.006 3.394 181.979 131.602 76.679 1/408523;

1 0.016 0 100.464 102.937 0 1/328900.5;

1.523 0.093 1.849 -4.553 -23.943 49.559 1/3098708;

5.202 0.048 1.304 34.396 14.728 100.473 1/1047.34;

9.536 0.053 2.485 49.954 92.598 113.662 1/3497.8;

19.189 0.047 0.772 313.238 170.954 74.016 1/22902.9;

30.069 0.008 1.770 -55.120 44.964 131.784 1/19402;

39.482 0.248 17.140 238.929 224.068 110.303 1/135000000];

for i=1:9

disp(['planeta ',num2str(i)])

zad11(d(i,:))

end

**Функции за задача 2:**

Дефиниране на функция „elements”

function res = elements(a, e, i, L, w, Omega, miu,t)

i = i\*pi/180;

n = sqrt(1/a^3);

to = ((w - L)/n)\*pi/180;

gama = 1 + miu;

EL=miu\*sqrt(gama\*a)

GE=EL\*sqrt(1-e^2)

TITADEBELA=GE\*cos(i)

l = n\*(t\*2\*pi - to)

g = (w - Omega)\*pi/180

tita = Omega\*pi/180

H=-miu\*gama/(2\*a)

P11=sqrt(a)

P12=(EL-GE)

P13=(GE-TITADEBELA)

P14=L\*pi/180

P15=-g-tita

P16=-tita

P21=P11

P22=sqrt(2\*(EL-GE))\*cos(g+tita)

P23=sqrt(2\*(GE-TITADEBELA))\*cos(tita)

P24=P14

P25=-sqrt(2\*(EL-GE))\*sin(g+tita)

P26=-sqrt(2\*(GE-TITADEBELA))\*sin(tita)

end

Дефиниране на функция „puskelements”

d=[0.387 0.205 7.004 252.250 77.457 48.330 1/6023600;

0.723 0.006 3.394 181.979 131.602 76.679 1/408523;

1 0.016 0 100.464 102.937 0 1/328900.5;

1.523 0.093 1.849 -4.553 -23.943 49.559 1/3098708;

5.202 0.048 1.304 34.396 14.728 100.473 1/1047.34;

9.536 0.053 2.485 49.954 92.598 113.662 1/3497.8;

19.189 0.047 0.772 313.238 170.954 74.016 1/22902.9;

30.069 0.008 1.770 -55.120 44.964 131.784 1/19402;

39.482 0.248 17.140 238.929 224.068 110.303 1/135000000];

my\_time=9.103353867214237;

for k=1:9

disp(['planeta ',num2str(k)])

elements(d(k,1),d(k,2),d(k,3),d(k,4),d(k,5),d(k,6),d(k,7),my\_time)

end